

Dualisation des fonctions monotones booléennes : entre logique, graphes, hypergraphes et treillis

Oscar Defrain, LIS, Marseille, oscar.defrain@lis-lab.fr

Le problème de dualisation des fonctions monotones booléennes consiste à décider, étant données une CNF positive (qui ne contient que des littéraux positifs) φ , et une DNF positive ψ , si $\varphi = \psi$; voir Figure 1. Dans sa version d'énumération, seule une des formules est donnée, et l'autre (de taille minimale) est à calculer.

À ce jour, le meilleur algorithme connu pour la dualisation est celui de Fredman et Khachiyan [1] qui s'exécute en temps quasi-polynomial $N^{o(\log N)}$ où $N = |\varphi| + |\psi|$. Cet algorithme, non combinatoire, reste néanmoins le meilleur algorithme connu pour l'énumération d'un certain nombre d'objets combinatoires, tels les transversaux minimaux d'un hypergraphe, les dominants minimaux d'un graphe, ou les meet-irréductibles de certaines classes de treillis. Dans cet exposé, on passe en revue l'équivalence de quelques problèmes d'énumération, puis on montre comment la structure d'un graphe (dans le cas de classes particulières) peut être exploitée pour obtenir de meilleurs algorithmes.

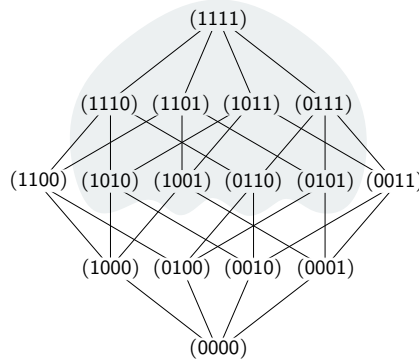


FIGURE 1 – L'algèbre de Boole de dimension quatre, et la fonction f de CNF $\varphi = (x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4)$ et DNF $\psi = x_1x_3 \vee x_1x_4 \vee x_2x_3 \vee x_2x_4$; les vecteurs v tels que $f(v) = 1$ sont illustrés dans la zone grise.

Références

- [1] M. L. Fredman and L. Khachiyan, *On the complexity of dualization of monotone disjunctive normal forms*, J. of Alg., 21(3) (1996), 618–628.