

## J. Narboni : De la conjecture de Vizing sur la Kempe-équivalence des $(\chi' + 1)$ -colorations d'arêtes.

Jonathan Narboni, LaBRI, Bordeaux, [jonathan.narboni@labri.fr](mailto:jonathan.narboni@labri.fr)

Dans son papier fondateur de 1964 [1], Vizing prouve que  $\Delta + 1$  couleurs suffisent pour colorer les arêtes d'un graphe,  $\Delta$  étant le degré maximum du graphe. La preuve donne en réalité un algorithme pour passer de n'importe quelle coloration à une  $(\Delta + 1)$ -coloration via une série de changements de Kempe. Effectuer un changement de Kempe consiste à échanger les deux couleurs dans une composante bichromatique maximale.

Peu après [2], Vizing demande si  $(\Delta + 1)$  peut être remplacé par le nombre optimal de couleurs  $\chi'$  dans l'énoncé ci-dessus. Il y a peu de classes de graphes pour lesquelles cette conjecture a été prouvée : les graphes bipartis [3], les graphes de degré maximum 4, ainsi que les graphes sans triangles [6] .

Nous prouvons que la conjecture est vraie dans le cas des graphes sans  $K_5$  et discutons de comment étendre la méthode au cas général. L'outil principal est une analyse fine des éventails de Vizing.

## Références

- [1] V. Vizing, *On an estimate of the chromatic class of a  $p$ -graph*, Discret Analiz **3** (1964), 25–30.
- [2] V. Vizing, *The chromatic class of a multigraph*, Cybernetics **3** (1965), 32–41.
- [3] A. Asratian, *A note on transformations of edge colorings of bipartite graphs*, Journal of Combinatorial Theory, Series B **99** (2009), 814–818.
- [4] J. McDonald, B. Mohar, D. Scheide, *Kempe Equivalence of Edge-Colorings in Subcubic and Subquartic Graphs*, Journal of Graph theory **70** (2012), 226–239.
- [5] A. Asratian, C. Casselgren, *Solution of Vizing's Problem on Interchanges for the case of Graphs with Maximum Degree 4 and Related Results*, Journal of Graph Theory **82** (2016), 350–373.
- [6] M. Bonamy, O. Defrain, T. Klímošová, A. Lagoutte, J. Narboni, *On Vizing's edge colouring question*, arXiv preprint arXiv :2107.07900