M. Bonamy, M. Heinrich, C. Legrand-Duchesne et J. Narboni : Autour d'une variante par recoloration de la conjecture d'Hadwiger

Marthe Bonamy, CNRS, LaBRI, Bordeaux, marthe.bonamy@u-bordeaux.fr
Marc Heinrich, University of Leeds, United Kingdom, M.Heinrich@leeds.ac.uk
Clément Legrand-Duchesne, LaBRI, Bordeaux, clement.legrand@u-bordeaux.fr
Jonathan Narboni, LaBRI, Bordeaux, jonathan.narboni@u-bordeaux.fr

En 1879, Kempe introduit la notion de *changement de Kempe* en essayant de montrer le théorème des 4 couleurs : étant donné un graphe et une k-coloration de ce graphe, une *chaîne de Kempe* est une composante connexe bichromatique maximale. Un changement de Kempe consiste à intervertir les deux couleurs au sein d'une chaîne de Kempe. On dit que deux k-colorations sont *Kempe-equivalentes* s'il est possible de passer de l'une l'autre via une suite de changements de Kempe. Il est alors naturel de se demander sous quelles conditions toutes les k-colorations d'un graphe sont équivalentes.

Meyniel a prouvé en 1977 que les 5-colorations d'un graphe planaire sont toutes Kempe-équivalentes [1]. Ce résultat a ensuite été étendu à tous les graphes sans K_5-mineurs en 1979 par Las Vergnas et Meyniel [2]. Dans le même article, Las Vergnas et Meyniel ont posé la conjecture suivante, qui peut être vue comme le pendant reconfiguration de la conjecture d'Hadwiger :

Conjecture 1. *Pour tout t, toutes les t-colorations d'un graphe sans K_t-mineur sont Kempe-équivalentes.*

Nous montrons que cette conjecture ainsi que deux autres issues du même article sont fausses :

Theorem 2. *Pour tout $\varepsilon > 0$, pour tout t suffisamment grand, il existe un graphe G sans $K_{\left(\frac{2}{3}+\varepsilon\right)t}$-mineur dont les t-colorations ne sont pas toutes Kempe-équivalentes.*

Références

[1] H. Meyniel, *Les 5-colorations d'un graphe planaire forment une classe de commuta- tion unique*, J. Combinatorial Theory Ser. B **24** (1978), 251–257.

[2] M. Las Vergnas, H. Meyniel, *Kempe classes and the Hadwiger conjecture*, J. Combinatorial Theory Ser. B **31** (1981), 95–104.