A. Dailly, E. Duchêne, A. Parreau et E. Sidorowicz : La coloration d-relaxée somme-distinguante

Antoine Dailly, G-SCOP, Grenoble, `antoine.dailly@grenoble-inp.fr`
Éric Duchêne, LIRIS, Lyon, `eric.duchene@univ-lyon1.fr`
Aline Parreau, LIRIS, Lyon `aline.parreau@univ-lyon1.fr`
Elżbieta Sidorowicz, University of Zielona Góra, Pologne `e.sidorowicz@wmie.uz.zgora.pl`

Une k-coloration des arêtes d'un graphe connexe $G(V, E)$ est une fonction $\omega : E \to \{1, \ldots, k\}$. Une coloration des arêtes ω induit à son tour une coloration des sommets σ_ω où chaque sommet est coloré par la somme des couleurs de ses arêtes incidentes : $\sigma_\omega(u) = \sum_{v \in N(u)} \omega(uv)$. Une coloration des arêtes ω est appelée *somme-distinguante* si la coloration des sommets σ_ω qu'elle induit est propre, c'est-à-dire si, pour toute arête uv, $\sigma_\omega(u) \neq \sigma_\omega(v)$. Tout graphe différent de K_2 admet une telle coloration.

Deux types de colorations d'arêtes somme-distinguantes ont été particulièrement étudiés : les colorations propres et impropres. Le cas impropre a donné lieu à la fameuse Conjecture 1-2-3 [2], qui affirme que tout graphe admet une 3-coloration impropre de ses arêtes somme-distinguante ; le cas propre a une conjecture similaire affirmant que tout graphe (sauf C_5) admet une $(\Delta(G) + 2)$-coloration propre de ses arêtes domme-distinguante [1].

Nous généralisons ces deux conjectures, en introduisant la *k-coloration d'arêtes d-relaxée somme-distinguante* : il s'agit d'une k-coloration d'arêtes somme distinguante dans laquelle chaque sommet est incident à au plus d arêtes de la même couleur. Le plus petit k tel qu'une telle coloration de G existe est noté $\chi'^{d}_{\sum}(G)$. Nous proposons donc la conjecture généralisée suivante :

Conjecture 1. *Pour tout $G \neq C_5$ connexe,* $\chi'^{d}_{\sum}(G) \leq \left\lceil \frac{\Delta(G)}{d} \right\rceil + 2$.

Nous démontrons cette conjecture pour les arbres, les graphes complets dans les cas $d = 2$ et $d \in \{\lceil \frac{n-1}{2} \rceil, \ldots, n-1\}$ et les graphes subcubiques dans le cas $d = 2$. Nous déterminons également la valeur exacte de $\chi'^{d}_{\sum}$ pour les graphes complets dans le cas $d = 2$ et pour les arbres.

Références

[1] Flandrin, E., Marczyk, A., Przybyło, J., Sacle, J-F., Woźniak, M. (2013). Neighbour sum distinguishing index. *Graphs Combin.* **29**(5), 1329–1336.

[2] Karoński, M., Łuczak, T., Thomason, A. (2004). Edge weights and vertex colours. *J. Combin. Theory Ser. B* **91**, 151–157.