F. Jacques et P. Ochem : La complexité de la $3 + 1/m$-coloration des graphes P_t-free

Fabien Jacques, LIRMM, Montpellier, fabien.jacques@lirmm.fr
Pascal Ochem, LIRMM, Montpellier, pascal.ochem@lirmm.fr

Nous nous intéressons à la complexité de la k-coloration des graphes P_t-free (i.e. sans chemins de longueur t au sens induit).

Pour $k \geq 5$, ce problème est polynomial pour $t = 5$ et NP-complet pour $t = 6$. [2, 4]
Pour $k = 4$, ce problème est polynomial pour $t = 6$ et NP-complet pour $t = 7$. [3, 4]
Pour $k = 3$, ce problème est polynomial pour $t = 7$ et pseudo-polynomial pour tout t.[1, 5]

Ainsi pour tout $t \geq 7$, la coloration avec au moins quatre couleurs des graphes P_t-free est difficile mais semble plus facile avec trois couleurs.
En utilisant la coloration circulaire qui permet de définir des nombres chromatiques rationnels, nous cherchons à localiser plus précisément ce saut de complexité entre 3 et 4.

Théorème 1 *Pour tout entier $m \geq 2$ fixé, savoir si un graphe P_{30}-free a un nombre chromatique circulaire au plus $3 + \frac{1}{m}$ est NP-complet.*

Références

[1] F. Bonomo, M. Chudnovsky, P. Maceli, O. Schaudt, M. Stein, and M. Zhong. Three-coloring and list three-coloring graphs without induced paths on seven vertices. *Combinatorica* **38(4)** (2018), 779–801.

[2] H. Chính, M. Kamínski, V. Lozin, J. Sawada, and X. Shu. Deciding k-colorability of P_5-free graphs in polynomial time. *Algorithmica* **57(1)** (2010), 74–81.

[3] M. Chudnovsky, S. Spirkl, and M. Zhong. Four-coloring P_6-free graphs. *SODA 2019* 1239–1256.

[4] S. Huang. Improved complexity results on k-coloring P_t-free graphs. *European Journal of Combinatorics* **51** (2016), 336–346.

[5] M. Pilipczuk, M. Pilipczuk, and P. Rzazewski. Quasi-polynomial-time algorithm for Independent Set in P_t-free and $C_{>t}$-free graphs via shrinking the space of connecting subgraphs. arXiv:2009.13494